

Esercitazione 3 dicembre 2015

Matematica Applicata Ingegneria Biomedica

Patricia Díaz de Alba

1. Si consideri la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

e si ricavi la fattorizzazione $PA = LU$.

2. Si calcoli la fattorizzazione $PA = LU$ della matrice A di coefficienti del sistema

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

e la si utilizzi per calcolare il determinante di A e la prima colonna della sua inversa. Si risolva, nel modo più conveniente, $Ax = b$.

3. Si considerino il sistema $Ax = b$ dove

$$A = \begin{bmatrix} -1 & \alpha & 1 \\ \alpha & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si stabilisca per quali per quali valori del parametro α la matrice A è invertibile e per quali valori i suoi autovalori sono positivi. Si studi al variare di α la convergenza del metodo di Jacobi applicato a tale sistema e, posto $\alpha = 1/2$, si calcolino le prime due iterate a partire da $x^{(0)} = [1, 2, 3]^T$. Infine, si studi al variare del parametro α la norma di A con indice 1 e ∞ .